

Scéance n°1. Ensembles et fonctions

Exercice 1 Soient A et B les deux ensembles définis par :

- A est l'ensemble des entiers naturels qui sont strictement inférieurs à 10 et pairs.
- B est l'ensemble des entiers qui sont strictement inférieurs à 10 et qui sont divisibles par 3.

1. Donner A et B sous forme étendue.
2. Donner $A \cap B$ et $A \cup B$ sous forme étendue.
3. Vérifier la formule du crible sur l'ensemble $A \cup B$.
4. Donner un ensemble C qui soit inclus dans B .
5. Décrire \bar{A} et \bar{B} .
6. Trouver un ensemble D tel que A et D soient disjoints. Quel est le cardinal de $A \cup D$?
7. On note $N = A \cap B$. Décrire $B \times N$. Quel est son cardinal ?

Exercice 2 Considérons le tableau T suivant.

	a	b	c	d
α				
β				
γ				

et les trois ensembles

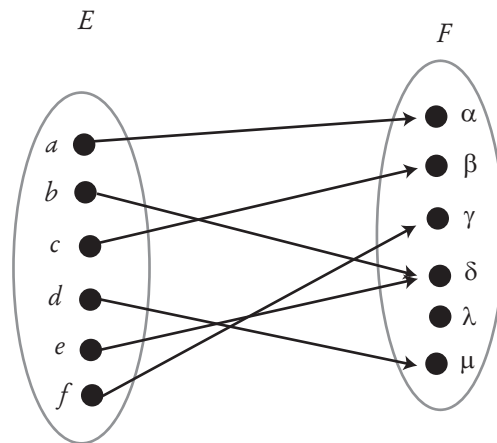
$$E_1 = \{2, 4, 6, 8, 10\},$$

$$E_2 = \{-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$E_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}.$$

1. Donner l'ensemble des cases de T sous forme étendue (on représentera chaque case par ses coordonnées).
2. Construire une fonction injective entre E_1 et T (cela revient à placer les éléments de E_1 dans différentes cases, sans qu'une case soit occupée par deux éléments).
3. Construire une fonction surjective de E_2 dans T (cela revient à remplir toutes les cases de T avec au moins un élément).
4. Construire une fonction bijective de E_3 dans T (cela revient à remplir chaque case de T avec un et un seul élément).

Exercice 3 Considérons la fonction f donnée par le diagramme sagittal suivant



et les sous ensembles de E suivants

$$A = \{a, b, c, d\}, \quad B = \{c, d, f\}.$$

1. Donner les ensembles $f(A)$ et $f(B)$ sous forme étendue.
2. Vérifier que $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
3. Vérifier que $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$.
