

## Scéance n°2. Congruences

**Exercice 1** Étudions en détails la structure multiplicative de  $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ . Pour cela, il faut étudier en détails la structure arithmétique de 15.

1. Décomposer 15 en produit de facteurs premiers.
2. Dresser la liste des diviseurs de 15.
3. Dresser la liste des entiers plus petits que 15 qui sont premiers avec 15.
4. Que peut on dire des entiers plus petits que 15 restant.
5. Remplir la table de multiplication suivante.

															-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	×								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1	2	3	4					
																5	6	7					
																6	7	8	-7				
																7	8	9	-6				
																8	9	10	-5				
																9	10	11	-4				
																10	11	12	-3				
																11	12	13	-2				
																12	13	14	-1				

Remarque : pour les calculs,  
on peut utiliser le fait que  
 $14 = -1, 13 = -2, 12 = -3...$

6. Que peut on dire des éléments que l'on a regroupé aux questions précédentes.
7. Donner l'ensemble des applications

$$d_a : \mathbb{Z}/15\mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$$

$$x \longmapsto ax$$

qui sont des bijections.

\*\*\*\*\*