

Scéance n°4. Suites récurrentes.

Exercice 1 Étude des suites récurrentes vérifiant

$$u_{n+1} = u_n^3 - u_n, \quad u_0 > 0.$$

1. Étudier la fonction $f : x \mapsto x^3 - x$ et tracer sa courbe.
2. Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles on a

$$f(x) = 0, \quad f'(x) = 0, \quad f(x) = x?$$

3. Quel est le comportement de (u_n) si

– $u_0 = 0, u_0 = \sqrt{2}$?

– $u_0 = 1$?

– $u_0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$?

– $u_0 = 2$?

– $u_0 = \frac{3}{4}$?

– $u_0 = \frac{1}{3}$?

4. Donner les différents comportements de (u_n) en fonction de u_0 .
