

TD n°14. Suites Récurrentes linéaires.

Exercice 1 1. Parmi les suites suivantes, déterminer celle qui sont récurrentes linéaires d'ordre 2 à coefficients constants (SRL2CC).

$$(u_n) : \begin{cases} u_0 = 2, u_1 = 3, \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n, \end{cases} \quad (v_n) : \begin{cases} v_0 = 1, v_1 = 2, \\ v_{n+2} = 3v_{n+1}^2 - v_n, \end{cases}$$

$$(w_n) : \begin{cases} w_0 = 1, w_1 = 0 \\ w_{n+2} = w_{n+1} - \frac{1}{4}w_n, \end{cases} \quad (s_n) : \begin{cases} s_0 = e^2, s_1 = e, \\ s_{n+2}^6 = \frac{s_{n+1}^5}{s_n}, \end{cases}$$

$$(t_n) : \begin{cases} t_0 = 1, t_1 = 1, \\ \frac{1}{t_{n+2}} = \frac{1}{t_{n+1}} + \frac{1}{t_n}. \end{cases} \quad (x_n) : \begin{cases} x_0 = 1, x_1 = 2 \\ x_{n+2} = 3n \cdot x_{n+1} + x_n \end{cases}$$

2. Pour les SRL2CC, calculer les premiers termes, donner la forme explicite et en déduire le comportement de chacune quand $n \rightarrow +\infty$.

3. Revenons aux suites (s_n) et (t_n) ci-dessus.

- (a) On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sigma_n = \ln(s_n)$. Vérifier que (σ_n) est une SRL2CC. En déduire une forme explicite pour σ_n , puis pour (s_n) . Quelle est la nature de (s_n) ?
- (b) Peut-on trouver une suite (τ_n) associée à (t_n) qui soit une SRL2CC ? En déduire (t_n) sous forme explicite.
