

TD n^o9. Arithmétique IV.

Exercice 1 1. Écrire la table de multiplication de $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$.

2. Quels sont les diviseurs de 0? Qu'ont-ils en commun?

3. Quels sont les éléments inversible? Qu'ont-ils en commun?

Exercice 2 Résoudre les équations suivantes.

$$3x \equiv 4 [7], \quad 15x \equiv 9 [17], \quad 27x \equiv 30 [51], \quad 12x \equiv 11 [15].$$

Exercice 3 1. (a) On note f la fonction suivante.

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} \\ x &\longmapsto 5x + 1 \end{aligned}$$

(b) Déterminer l'image de chaque élément de $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ par f .

(c) En déduire que f est une bijection.

(d) Quelle est son application réciproque?

2. Montrer que la fonction g suivante est une bijection.

$$\begin{aligned} g : \mathbb{Z}/20\mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Z}/20\mathbb{Z} \\ x &\longmapsto 7x + 3 \end{aligned}$$

Déterminer sa fonction réciproque.

3. La fonction suivante est-elle une bijection?

$$\begin{aligned} h : \mathbb{Z}/20\mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Z}/20\mathbb{Z} \\ x &\longmapsto 5x + 1 \end{aligned}$$
