

## TD Maple n°11. Pivot de Gauss.

### Exercice 1 *Quelques exemples.*

1. On note  $\mathcal{S}$  le système suivant :

$$\mathcal{S} = \begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x - y + z = 6 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

- (a) Donner la matrice  $M$  associée à  $\mathcal{S}$ .
- (b) Effectuer le pivot de Gauss sur la matrice  $M$ .
- (c) En déduire un système triangulaire supérieur  $\mathcal{S}'$  ayant les mêmes solutions que  $\mathcal{S}$ .
- (d) Donner les solution de  $\mathcal{S}$ .

2. Même chose avec les systèmes

$$\mathcal{S}_1 = \begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + 4z = 3 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathcal{S}_2 = \begin{cases} 2x - y + 2z = 2 \\ x - \frac{1}{2}y + z = 1 \\ -4x + 2y - 4z = -4 \end{cases}$$

\*\*\*\*\*

### Exercice 2 *Procédure.*

L'objectif est ici de construire une procédure `Pivot`, qui prend pour argument une matrice carrée  $M$  et qui renvoie la matrice triangulaire associée. On va pour cela construire plusieurs procédures, que l'on va appeler dans la procédure finale.

1. Construire une procédure `Zeros` qui prend pour argument une matrice  $M$  et un entier  $j$  et qui met des zéros sur la  $j$ -ième colonne, sous l'élément diagonal.
2. Construire une procédure `BestPivot` d'arguments  $M$  et  $j$  et qui cherche le meilleur pivot de la  $j$ -ième ligne. (Attention, là encore, on ne cherchera que parmi les éléments qui sont sous la diagonale). On pourra renvoyer le résultat sous la forme du numéro de la "meilleure ligne".
3. Construire une procédure `PivotDeGauss` d'argument  $M$ , qui appelle les deux procédures précédentes et qui renvoie la matrice triangulaire associée à  $M$ .
4. Tester cette procédure sur les exemples ci dessus, ainsi que sur le système

$$\mathcal{S}'' = \begin{cases} x + 2y + t = 1 \\ 2x + y = 2 \\ x - y + 3z + t = 5 \\ 2y + z + 3t = -1 \end{cases}$$

5. La commande `randmatrix(m, n)` permet de générer une matrice aléatoire de taille  $m \times n$ . À l'aide de cette commande, tester votre procédure `PivotDeGauss` sur différents exemples. (On pourra par exemple étudier l'influence de la procédure `BestPivot`).

\*\*\*\*\*

**Exercice 3** *la fonction solve de Maple.*

La fonction `solve` de Maple permet de résoudre des équation et des systèmes d'équations. Consulter le fichier d'aide de cette fonction, et s'en servir pour résoudre les systèmes proposés plus haut. On s'attardera particulièrement sur la forme de la réponse fournie par Maple.