

TD n^o3. Pivot de Gauss.

Exercice 1 Pour chacun des systèmes suivants, donner la matrice correspondante, puis résoudre le système à l'aide du pivot de Gauss. On donnera les solutions sous la forme d'un ensemble.

$$(1) \begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x - y + z = 6 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases}, (2) \begin{cases} x - y + z = -5 \\ x - 2y - z = -3 \\ x - 3y - 3z = -1 \end{cases}, (3) \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x - 4y + 2z = 8 \\ \frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 2 \end{cases}$$

Exercice 2 Pour fabriquer les trois produits P_1 , P_2 et P_3 , on doit leur faire subir successivement des opérations sur trois machines, M_1 , M_2 et M_3 . Les temps d'exécution sur chacune des machines sont fournis dans le tableau suivant.

	M_1	M_2	M_3
P_1	11mn	12mn	16mn
P_2	22mn	12mn	16mn
P_3	11mn	24mn	16mn

Par exemple on peut noter que le temps d'exécution de la pièce P_1 sur la machine M_2 est de 12 minutes. On suppose que les machines n'ont pas de temps mort par suite d'une attente d'un produit en opération sur une autre machine. Les heures disponibles de chaque machine pour une activité d'un mois sont :

- 165 heures pour la machine M_1 ,
- 140 heures pour la machine M_2 ,
- 160 heures pour la machine M_3 .

Dans ces conditions, combien doit-on fabriquer mensuellement de produits P_1 , P_2 et P_3 si l'on désire utiliser les trois machines à pleine capacité? (Avant de commencer le problème assurez-vous que toutes vos données sont exprimées avec la même unité de mesure).

Exercice 3 Trois types de camions sont disponibles pour la location. Une compagnie possède trois sortes de produits qu'elle désire acheminer vers son entrepôt. La charge maximale de chacun des camions est représentée par le tableau ci-dessous.

	produit <i>A</i>	produit <i>B</i>	produit <i>C</i>
camion 1	2	1	1
camion 2	1	2	1
camion 3	0	2	1

Par exemple la charge maximale du camion 2 est : 1 produit *A*, 2 produits *B* et 1 produit *C*.

Si la compagnie désire aucune perte d'espace dans les camions, combien de camions devront être loués pour le transport d'exactly :

- 11 produits *A*,
- 9 produits *B*,
- 7 produits *C*?

Exercice 4 Une association de diététiciens organise un repas pour ses membres, à base de pommes de terre, de maïs et de bœuf haché.

- Une portion de 100g de pommes de terre contient 100 calories et 5g de protéines et coûte 0,4€ .
- Une portion de 100g de maïs contient 150 calories et 10g de protéines et coûte 0,2€ .
- Une portion de 100g de bœuf haché contient 300 calories et 25g de protéines et coûte 0,6€ .

Les organisateurs ont le choix entre

- la formule *A* : un repas contenant 800 calories et 50g de protéines,
- la formule *B* : un repas contenant 750 calories et 55g de protéines.

1. Dresser un tableau à double entrée rassemblant les apports et les coûts de chaque ingrédient.
2. Déterminer la composition de chaque formule à l'aide de systèmes linéaires.
3. Exprimer le coût de chaque formule en fonction de la quantité de bœuf.
4. Quelle est la formule la moins chère ?