

TD n^o4. Programmation linéaire I.

Exercice 1 La New Fashion Company fabrique et vend des robes et des blouses. Les profits sont de 8€ pour une robe et de 6€ sur une blouse. La conception d'une robe requiert en moyenne 4 heures d'une dessinatrice tandis qu'une blouse, environ 2 heures. Un tailleur prend 2 heures à faire une robe et 4 heures à faire une blouse. La NFC dispose à chaque jour de 60 heures de temps pour dessiner les vêtements et de 48 heures de temps pour coudre ces vêtements.

1. Déterminer un système d'inéquations modélisant ce problème (on n'oubliera pas les conditions de positivité des inconnues).
2. Dessiner l'ensemble convexe représentant les possibilités de production de la NFC compte tenu de la disponibilité de ses ouvriers.
3. Déterminer l'expression linéaire P donnant le profit en fonction des quantités d'habits fabriqués.
4. Sur ce graphe, tracer la droite correspondant à un profit de 180€ . La Company peut-elle réaliser un tel profit ?
5. Déterminer, à l'aide de la question précédente, le sommet de l'ensemble convexe qui réalise le meilleur profit.
6. Combien de robes et de blouses doit-on fabriquer quotidiennement pour que le profit de la NFC soit maximal? Quel est ce profit ?

Exercice 2 Un fleuriste dispose de 50 lys, 80 roses et 80 jonquilles. Il réalise ou bien des bouquets qu'il vend 40 € comprenant 10 lys, 10 roses et 20 jonquilles, ou bien des bouquets dont il tire un prix de 50 € qui comprennent 10 lys, 20 roses et 10 jonquilles.

1. Établir le système d'inéquations modélisant ce problème, ainsi que la formule donnant le profit.
2. Tracer l'ensemble convexe donnant l'ensemble des couples (x, y) respectant les contraintes.
3. Donner la liste des sommets de cet ensemble convexe.
4. Pour chacun de ces sommets, calculer le profit correspondant.
5. Comment le fleuriste doit il former les bouquets pour réaliser une recette maximale? Quel est ce profit ?

Exercice 3 Un fabricant de bonbons possède en inventaire 90kg de chocolat, 80kg de noix et 50kg de fruits. Il produit deux sortes de bonbons. La boîte de bonbons de type A est confectionnée à partir de 2kg de chocolat, 1kg de noix et 1kg de fruits et elle se vend 12€ . La boîte de bonbons de type B est confectionnée à partir de 1kg de chocolat, 2kg de noix et 1kg de fruits et elle se vend 10€ .

1. Combien de boîtes de chaque sorte doit-on fabriquer pour maximiser les profits ?
2. Est-ce que toutes les quantités de chocolat, noix et fruits sont utilisées pour cette solution maximale ? Sinon quelles sont les quantités non utilisées ?

Exercice 4 On désire extraire trois éléments nutritifs (les éléments R , S et T) de deux types d'aliments (les aliments A et B).

- Une unité de l'aliment A contient 1g d'élément nutritif R , 1g d'élément nutritif S et 2g d'élément nutritif T .
- Une unité de l'aliment B contient 3g d'élément nutritif R , 1g d'élément nutritif S et 1g d'élément nutritif T .

D'autre part, l'aliment A coûte 3€ l'unité et l'aliment B coûte 5€ l'unité. On désire obtenir au moins 9g d'élément R , au moins 5g d'élément S et au moins 6g d'élément T . Combien d'unités d'aliments A B doit-on utiliser de façon à satisfaire les exigences précédentes à un coût minimum ?

Exercice 5 Une station de radio fait face à un problème que vous pouvez sûrement résoudre. On a remarqué que l'émission *la Matinale* constituée de 20 minutes de musique et de 1 minute de publicité attire 30 000 auditeurs tandis que *la Tardive* constituée de 10 minutes de musique et de 1 minute de publicité attire 10 000 auditeurs. Les annonceurs insistent pour qu'au moins 6 minutes par semaine soient consacrées aux publicités de leurs produits tandis que le patron de la station ne peut se permettre de diffuser plus de 80 minutes de musique par semaine.

1. Dans ces conditions, combien doit-on diffuser d'émissions de chaque catégorie par semaine si on veut satisfaire les exigences des annonceurs et du patron de la station tout en maximisant le nombre d'auditeurs à cette station ?
2. Si maintenant la *Matinale* n'attirait que 20 000 auditeurs tandis que la *Tardive* en attirait toujours 10 000, que devient la réponse ?

Exercice 6 Un champion cycliste prépare son entraînement en vue d'une importante compétition. Son entraînement doit se composer chaque semaine d'un certain nombre d'heures de travail en salle et d'un certain nombre d'heures de travail sur route. Au total, il doit s'entraîner au moins 20 heures chaque semaine et son nombre d'heures de travail sur route doit être au moins égal au tiers du nombre d'heures de travail en salle. Pour s'entraîner en salle, il retient les services d'un entraîneur spécialisé qui lui coûte 15€ l'heure. Cependant, cet entraîneur n'est disponible que s'il est engagé pour au moins 10 heures par semaine. Pour s'entraîner sur route, il retient les services d'un spécialiste qui lui coûte 12€ de l'heure. Ce spécialiste ne peut pas être disponible pour plus de 15 heures par semaine. Comment notre homme doit-il planifier son entraînement hebdomadaire pour que cela lui coûte le moins cher possible ?