Mercredi 10 Novembre 2004. TD Maple 3.

Exercice 1 : *Quelques exemples.*

Traiter au mieux les intégrales suivantes à l'aide de Maple :

$$J = \int_0^1 \frac{t}{(t^2+1)\sqrt{1-t^4}}dt,\ \ K = \int \frac{x^2\mathrm{arcccos}(x)}{\sqrt{1-x^2}}dx,\ \ L = \int_0^{2\pi} \frac{x}{2+\cos(x)}dx$$

* * * * * * * * * * * * *

Exercice 2 : *Changement de variable.*

On considère l'intégrale suivante :

$$F := \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin x \cos x}}dx$$

(1) Essayer de calculer directement cette intégrale.
(2) Stocker dans F la forme inerte de cette intégrale.
(3) Effectuer le changement de variable $t = x + \pi/4$.
(4) Simplifier l'écriture de l'intégrale obtenue.
(5) Effectuer le changement de variable $u = \cos(t)$.
(6) Calculer cette dernière intégrale.

* * * * * * * * * * * * *

Exercice 3 : *Intégration par parties.*

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note :

$$J_n = \int_0^{\infty} t^n e^{-t} dt$$

(1) Calculer J_1.
(2) A l'aide d'une intégration par parties, établire une relation de récurrence entre J_n et J_{n-1}.
(3) En déduire la valeur de J_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

* * * * * * * * * * * * *

<u>Exercice 4</u> : *Fonction définie par une intégrale.*

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$$

(1) Tracer le graphe de f pour $x = -4..4$.

(2) Donner un DL à l'ordre 5 de f en 0. (commande : *series*).

(3) Calculer $\lim_{+\infty} f(x)$ et $\lim_{-\infty} f(x)$.

(4) Déterminer les points de $\mathbb{R}$ où f' s'annule. (Valeurs exactes et approchées).

Remarque : certains calculs ne sont pas immédiats...