Mercredi 24 Novembre 2004. TD Maple 4.

<u>Exercice 1</u> : *Résolution formelle d'une équation différentielle.*

(1) Résoudre avec Maple l'équation différentielle suivante :

$$xy'(x) + x^2 y(x) = x^2$$

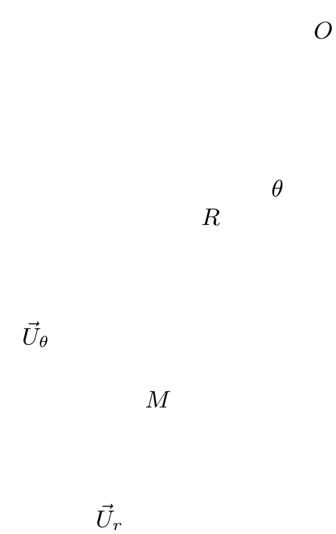
(2) (a) Résoudre avec Maple l'équation différentielle avec conditions initiales suivante :

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = sin(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(b) Tracer la courbe représentant la solution pour $t$ entre $-10$ et 2.

* * * * * * * * * * * * *

<u>Exercice 2</u> : *Etude du pendule simple idéal.*




(1) A l'aide de la loi fondamentale de la dynamique projetée sur le vecteur $\vec{U}_\theta$, établir l'équation différentielle (non linéaire) qui régit le mouvement du pendule simple (on choisira $R$ tel que la constante qui apparait dans l'équation soit égale à 1).

(2) Essayer de résoudre formellement cette équation (avec Maple).

(3) Si l'on ne considère que les petites oscillations du pendule (i.e. $\theta(t)$ petit), on peut faire l'approximation $sin(\theta(t)) \approx \theta(t)$. L'équation devient alors :

$$\theta''(t) + \theta(t) = 0 \text{ (c'est une équation linéaire)}$$

On veut vérifier la pertinence de cette approximation en traçant sur un même graphe une solution de l'équation non linéaire et une solution de l'équation linéaire vérifiant les mêmes conditons initiales :
Dans une variable **sol_lin**, stocker le graphe de la solution de l'équation linéaire vérifiant les conditions initiales $\theta(0) = 0.1$ et $\theta'(0) = 0$, pour $t \in [0, 2\pi]$.
Dans une variable **sol_non_lin**, stocker le graphe de la solution de l'équation non linéaire vérifiant les mêmes conditions initiales.
(Remarque : à l'aide de la commande *linecolor*, choisir deux couleurs différentes pour les deux graphes).

(4) Superposer les deux graphes.

(5) Refaire la manipulation avec $\theta(0) = \pi/4$, $\theta'(0) = 1$ et $t \in [0, 8\pi]$. Que remarque-t-on ? Comment expliquer ce phénomène ?

* * * * * * * * * * * * *

Exercice 3 : *Pendule simple avec amortissement.*

L'équation du pendule simple idéal indique que le mouvement du pendule est perpétuel...
Pour tenir compte de l'amortissement du mouvement, il faut ajouter à notre équation différentielle un terme de frottement de la forme $\alpha\theta'$.
Le signe du terme d'amortissement représente le caractère moteur ou de frottement de la force d'amortissement.

(1) A l'aide de Maple, tracer le graphe de l'équation différentielle aux conditions initiales suivante :

$$\begin{cases} \theta'' + \frac{1}{10}\theta' + \sin(\theta) = 0 \\ \theta(0) = \frac{\pi}{2} \\ \theta'(0) = 0 \end{cases}$$

pour $t \in [0, 10\pi]$.

(2) Faire de même avec l'équation :

$$\theta'' - \frac{1}{10}\theta' + \sin(\theta) = 0$$

Comment explique-t-on ce dernier graphe ?