

Exercice 1 : *Nombres premiers*

- (1) A l'aide d'une boucle `for` et de la commande `ithprime`, construire la liste L1 des 100 premiers nombres premiers.
- (2) A l'aide de la commande `irem`, construire la liste L11 des restes des éléments de L1 dans la division par 5.
- (3) A l'aide d'une boucle `while` et de la commande `ithprime` construire la liste L2 des nombres premiers inferieures à 1000.

Exercice 2 : *Procédures Somme et Produit*

- (1) Construire une procédure `Somme`, d'arguments f et n , qui renvoie la somme

$$\sum_{i=1}^n f(i).$$

- (2) Tester cette procédure pour $f := x \mapsto e^{x\pi/10}$ et $n = 20$.
- (3) Construire la procédure `Produit(f,n)`.
- (4) Tester cette procédure pour $f := x \mapsto x$ et $n = 100$.

Exercice 3 : *Racines d'un trinôme du second degré.*

Construire une procédure d'arguments a, b, c qui renvoie la liste des racines d'un trinome de la forme $aX^2 + bX + c$.

Exercice : *Suites récurrentes.*

Une suite récurrente est une suite définie de la façon suivante :

$$(u_n)_{n \in \mathbb{N}} : \begin{cases} u_0 \text{ donné,} \\ u_{n+1} = f(u_n), \end{cases}$$

où f est une fonction donnée. Les suites récurrentes sont souvent utilisées pour approcher un réel donné.

- (1) Construire une procédure prenant pour arguments u_0, f et n , qui renvoie le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite définie par u_0 et f .

(2) *Étude d'un exemple.*

Pour $a > 0$ donné, la suite $(u_n(a))$, définie par

$$\begin{cases} u_0(a) = 1 \\ u_{n+1}(a) = \frac{1}{2}\left(u_n(a) + \frac{a}{u_n(a)}\right) \end{cases}$$

converge vers \sqrt{a} de manière quadratique. C'est-à-dire que le nombre de décimales exactes double à chaque itération.

À l'aide de la procédure précédente, vérifier que la suite $u_n(a)$ converge bien vers \sqrt{a} .

(3) À l'aide d'une boucle `while`, trouver une valeur approchée de $\sqrt{5}$ à 10^{-20} près.

(4) On note $\epsilon_n(a) := |u_n(a) - \sqrt{a}|$.

Construire une procédure ayant pour arguments $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}$ qui renvoie la liste $[\epsilon_0(a), \dots, \epsilon_n(a)]$.

Vérifier que la convergence est bien quadratique.

(Travailler avec 50 décimales grâce à la commande *Digits*).