

Mercredi 11 mai 2005. Maple TD 12.

Exercice 1 : *L'espace vectoriel $\mathbb{R}_6[X]$.*

Pour $k = -3..3$, on note $P_{k+3}(X) = (X - k)^6$.

1. Montrer que la famille $\mathcal{B} = \{P_0, \dots, P_6\}$ forme une base de $\mathbb{R}_6[X]$. (On pourra décomposer les P_k dans la base canonique de $\mathbb{R}_6[X]$ et étudier la matrice obtenue.).
2. Exprimer le polynôme $Q = (X^2 + X + 1)^3$ dans la base \mathcal{B} .

Exercice 2 : *Puissances d'une matrice.*

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -9 & 6 & -7 \\ -4 & 3 & -4 \\ 8 & -5 & 6 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^{50} .
2. Soit $P = X^3 - 3X + 2$. Montrer que la matrice $P(A)$ est nulle.
3. Construire une procédure d'argument n qui renvoie le reste de la division euclidienne de X^n par P . (On pourra s'inspirer d'un algorithme que l'on a déjà construit...).
4. En déduire une procédure d'argument n , qui renvoie la matrice A^n . Retrouver le résultat de la première question.

Exercice 3 : *Pivot de Gauss II.*

Rappel : Pour effectuer un pivot de Gauss sur une matrice $n \times n$, il y a deux étapes à répéter n fois :

- Choisir le pivot de plus petite valeur absolue,
- Faire apparaître des zéros sous le pivot.

Construire une procédure qui prend pour argument une matrice M , et qui renvoie une matrice triangulaire semblable à M .

Exercice 4 : *Orthonormalisation.*

Construire une procédure qui prend pour argument une famille libre de vecteurs, qui effectue le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.